МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей

А.В. Глушко
25.05.23

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.12 Прикладные обобщенные задачи сопряжения для дифференциальных уравнений

1. Код и наименование направления подготовки 01.04.01 Математика

2. Профиль подготовки: математические модели гидродинамики

3. Квалификация выпускника: магистр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: уравнений в частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Логинова Екатерина Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500-06 от 25.05.2023

8. Учебный год: 2023/2024 **Семестр: 2**

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью освоения учебной дисциплины является:

- ознакомление обучающихся с основами теории прикладных обобщенных задач сопряжения для дифференциальных уравнений.

Задачи учебной дисциплины:

- изучить основные факты об обобщенных задачах сопряжения для дифференциальных уравнений;

- овладеть современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в разнообразных приложениях;

- овладеть методами, позволяющими осуществлять качественное исследование прикладных обобщенных задач сопряжения для дифференциальных уравнений.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Блок 1. Обязательная часть.

Приступая к изучению данной дисциплины, обучающийся должен иметь теоретическую и практическую подготовку по математическому анализу, теории рядов, обладать полными знаниями курса обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, знаниями теории интегралов Лебега, интегральных преобразований.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК – 1.1	Обладает обширным диапазоном знаний, полученным в области математических и(или) естественных наук	Знать: основные задачи математической, физики, методы анализа проблемных ситуаций в области обобщенных задач сопряжения для дифференциальных уравнений Уметь: определять тип задачи, формулировать результаты исследования обобщенных задач сопряжения для дифференциальных уравнений, выделять проблемные места Владеть: современными методами анализа обобщенных задач сопряжения для дифференциальных уравнений
		ОПК - 1.2	Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты	Знать: основные методы исследования обобщенных задач сопряжения для дифференциальных уравнений Уметь: провести анализ поставленной задачи, выбрать рациональный метод решения Владеть: современными методами сбора и анализа исследуемого материала в области обобщенных задач сопряжения для дифференциальных уравнений
		ОПК – 1.3	Применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта	Знать: основные актуальные проблемы в области задач сопряжения для дифференциальных уравнений и методы их исследования Уметь: решать обобщенные задачи сопряжения для дифференциальных уравнений

			решения математических задач	Владеть: навыками исследования математических моделей задач сопряжения для дифференциальных уравнений

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 4 / 144.

Форма промежуточной аттестации зачет с оценкой

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			2 семестр
Аудиторные занятия		42	42
в том числе:	лекции	28	28
	практические	14	14
	лабораторные		
Самостоятельная работа		102	102
в том числе: курсовая работа (проект)			
Форма промежуточной аттестации *(зачет с оценкой.)*			
Итого:		144	144

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
		1. Лекции	
1.1	Общие сведения о прикладных обобщенных задачах сопряжения для дифференциальных уравнений	Общие сведения о прикладных обобщенных задачах сопряжения для дифференциальных уравнений. Практические ситуации, приводящие к задачам такого типа	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=25333
1.2	Специальные функции Макдональда-Бесселя	Функции Бесселя с целым и произвольным индексом, основные формулы для функций Макдональда. Интегральные представления, асимптотические разложения и оценки функций Макдональда-Бесселя	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=25333
1.3	Случай стационарного дифференциального уравнения с граничными условиями типа сопряжения на плоскости	Физическая постановка задачи. Построение фундаментального решения. Сведение к обобщенной задаче. Построение решения обобщенной задачи. Поверхностный стационарный тепловой потенциал простого слоя. Поверхностный стационарный тепловой потенциал двойного слоя. Асимптотические представления решения и его первых производных. Теорема единственности.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=25333
1.4	Случай стационарного дифференциального уравнения с граничными условиями типа сопряжения на двумерном многообразии	Постановка задачи. Переход к обобщенной задаче. Построение решения. Доказательство выполнения граничных условий. Асимптотические представления решения и его первых производных.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=25333
1.5	Задача о нестационарном распределении тепла в неоднородном материале с трещиной	Постановка задачи. Фундаментальное решение. Сведение к обобщенной задаче. Построение решения обобщенной задачи. Поверхностный тепловой потенциал простого слоя. Поверхностный тепловой потенциал двойного слоя	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=25333
		2. Практические занятия	

2.1	Общие сведения о прикладных обобщенных задачах сопряжения для дифференциальных уравнений	Общие сведения о прикладных обобщенных задачах сопряжения для дифференциальных уравнений. Практические ситуации, приводящие к задачам такого типа	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=25333
2.2	Специальные функции Макдональда-Бесселя	Функции Бесселя с целым и произвольным индексом, основные формулы для функций Макдональда. Интегральные представления, асимптотические разложения и оценки функций Макдональда-Бесселя	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=25333
2.3	Случай стационарного дифференциального уравнения с граничными условиями типа сопряжения на плоскости	Физическая постановка задачи. Построение фундаментального решения. Сведение к обобщенной задаче. Построение решения обобщенной задачи. Поверхностный стационарный тепловой потенциал простого слоя. Поверхностный стационарный тепловой потенциал двойного слоя. Асимптотические представления решения и его первых производных. Теорема единственности.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=25333
2.4	Случай стационарного дифференциального уравнения с граничными условиями типа сопряжения на двумерном многообразии	Постановка задачи. Переход к обобщенной задаче. Построение решения. Доказательство выполнения граничных условий. Асимптотические представления решения и его первых производных.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=25333
2.5	Задача о нестационарном распределении тепла в неоднородном материале с трещиной	Постановка задачи. Фундаментальное решение. Сведение к обобщенной задаче. Построение решения обобщенной задачи. Поверхностный тепловой потенциал простого слоя. Поверхностный тепловой потенциал двойного слоя	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=25333

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Общие сведения о прикладных обобщенных задачах сопряжения для дифференциальных уравнений	2	1		19	22
2	Специальные функции Макдональда-Бесселя	2	1		20	23
3	Случай стационарного дифференциального уравнения с граничными условиями типа сопряжения на плоскости	8	6		22	36
4	Случай стационарного дифференциального уравнения с граничными условиями типа сопряжения на двумерном многообразии	8	4		20	32
5	Задача о нестационарном распределении тепла в неоднородном материале с трещиной	8	2		21	31
	Итого:	28	14		102	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся, на которую отводится 102 часа. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Прикладные обобщенные задачи сопряжения для дифференциальных уравнений» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекций обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Прикладные обобщенные задачи сопряжения для дифференциальных уравнений» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам практических занятий, самостоятельное освоение понятийного аппарата, выполнение домашних заданий и подготовку к текущим аттестациям.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

Кроме курса в системе «Электронный университет» учебно-методические материалы, рекомендуемые к использованию для лучшего усвоения курса размещены на сайте кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей http//:www.kuchp.ru.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Емельянов, В. М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач [Электронный ресурс] / Емельянов В. М., Рыбакина Е. А. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2016 .— 216 с. — Рекомендовано Учебно-методическим объединением по университетскому политехническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки «Техническая физика» и «Прикладная механика» .— Книга из коллекции Лань - Физика .— ISBN 978-5-8114-0863-4 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71748>.
2	Карчевский, М. М. Лекции по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] / Карчевский М. М. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2016 .— 164 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-2132-9 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=72982>.
3	Карчевский, М. М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы [Электронный ресурс] / Карчевский М. М., Павлова М. Ф. — 2-е изд., доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2016 .— 276 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-2133-6 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=72983>.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Логинова Е.А. Уравнения математической физики: учебно-методическое пособие для студентов 3 курса математического факультета, обучающихся по направлению 01.03.04 «Прикладная математика» / Е.А. Логинова. – Воронеж: Воронежский государственный педагогический университет, 2019. – 88с. – URL: http://www.kuchp.ru/index.php?name=Files.
2	Логинова Е.А. Практикум по уравнениям математической физики: практикум для студентов 3 курса, обучающихся по направлению 01.03.04. – «Прикладная математика» / Е.А. Логинова. – Воронеж: Воронежский государственный педагогический университет, 2019. – 52 с.– URL: http://www.kuchp.ru/index.php?name=Files&op=view_file&lid=464.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)***:**

№ п/п	Ресурс
1	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
2	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
3	https://edu.vsu.ru/ – образовательный портал «Электронный университет ВГУ»/LMC Moodle

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Карчевский, М. М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы [Электронный ресурс] / Карчевский М. М., Павлова М. Ф. — 2-е изд., доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2016 .— 276 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-2133-6 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=72983>.
2	Логинова Е.А. Уравнения математической физики: учебно-методическое пособие для студентов 3 курса математического факультета, обучающихся по направлению 01.03.04 «Прикладная математика» / Е.А. Логинова. – Воронеж: Воронежский государственный педагогический университет, 2019. – 88с. – URL: http://www.kuchp.ru/index.php?name=Files.
3	Логинова Е.А. Практикум по уравнениям математической физики: практикум для студентов 3 курса, обучающихся по направлению 01.03.04. – «Прикладная математика» / Е.А. Логинова. – Воронеж: Воронежский государственный педагогический университет, 2019. – 52 с.– URL: http://www.kuchp.ru/index.php?name=Files&op=view_file&lid=464.
4	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
5	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=25333).

Перечень необходимого программного обеспечения: Microsoft Windows 10, LibreOffice 6 (*Writer (текстовый процессор), Calc (электронные таблицы), Impress (презентации), Draw (векторная графика), Base (база данных), Math (редактор формул)*), MATLAB, Gimp, WinDjView, Foxit Reader, 7-Zip, Mozilla Firefox.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Internet и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ВГУ.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

---

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Общие сведения о прикладных обобщенных задачах сопряжения для дифференциальных уравнений	ОПК - 1	ОПК - 1.1 ОПК – 1.2 ОПК – 1.3	Контрольная работа №1
2.	Специальные функции Макдональда-Бесселя	ОПК - 1	ОПК - 1.1 ОПК – 1.2 ОПК – 1.3	Контрольная работа №1
3.	Случай стационарного дифференциального уравнения с граничными условиями типа сопряжения на плоскости	ОПК - 1	ОПК - 1.1 ОПК – 1.2 ОПК – 1.3	Контрольная работа №1
4.	Случай стационарного дифференциального уравнения с граничными условиями типа сопряжения на двумерном многообразии	ОПК - 1	ОПК - 1.1 ОПК – 1.2 ОПК – 1.3	Контрольная работа №1
5.	Задача о нестационарном распределении тепла в неоднородном материале с трещиной	ОПК - 1	ОПК - 1.1 ОПК – 1.2 ОПК – 1.3	Контрольная работа № 1
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет с оценкой				Перечень вопросов к зачету с оценкой, перечень тестовых заданий к зачету с оценкой

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа №1.

Пример контрольной работы № 1

Вариант 1

1. Выписать явное представление решения задачи

$$\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_2^2}+k\cos\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}+k\sin\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}=0.$$

$$u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=q_0(x_1);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2}+k\sin\alpha u(x_1,+0)-\frac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2}-k\sin\alpha u(x_1,-0)=q_1(x_1);\ x_1\in[-1;1],$$

если $q_0(x_1)=(x^2-1)\cdot\sin x,$ при $x_1\in[-1;1],$ $q_1(x_1)=(x^2-1)\cdot\cos x,$ при $x_1\in[-1;1].$

2. Выписать задачу, полученную из задачи

$$-\frac{k^2}{4}v+\frac{\partial^2 v}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}=0;$$

$$v(0,x)-v(2\pi,x)=q_0(x);$$

$$\frac{\partial v(0,x)}{\partial\varphi}-\frac{\partial v(2\pi,x)}{\partial\varphi}=q_1(x).$$

После применения к правой и левой частям каждого из равенств преобразования Фурье по переменной x.

3. Найти первую производную функции $K_0\left(\sqrt{x^2+3x-3}\right)$.

4. Заполнить пропуски.

$$G_2=\int_0^t\frac{x_2}{8a^2\tau^2\pi}\int_{-1}^1 e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2}{4a^2\tau}}\cdot q_i(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau. \qquad (1)$$

ЛЕММА. Пусть функция $q_i(x_1,t)$, где $i=0,1$ принадлежит множеству функций $C^{2,0}_{x,t}([-1,1]\times[0,\infty))$, пусть также функция $q_i(x_1,t)$ принадлежит классу функций M и ограничена вместе со своими производными при любых значениях t, в том числе при t, стремящемся к бесконечности.

Тогда при x_1, принадлежащем интервалу $[-1;1]$, выполнены равенства

$$\lim_{x_2\to -0}G_2=-\frac{q_i(x_1,t)}{2} \text{ и } \lim_{x_2\to +0}G_2=\_\_\_\_\_\_\_\_ \qquad (2)$$

Доказательство.

Пусть x_1 принадлежит интервалу $(-1;1)$. Отметим, что справедливо представление экспоненты

$$e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2}{4a^2\tau}}=e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+x_2^2}{4a^2\tau}}+e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+x_2^2}{4a^2\tau}}(e^{-\frac{a^2k^2\tau}{4}-\frac{kx_2}{2}}-\_\_\_).$$

Введем обозначения

$$G_2^0=\int_0^t \frac{x_2}{8a^2\tau^2\pi}\int_{-1}^{1} e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+x_2^2}{4a^2\tau}}(e^{-\frac{a^2k^2\tau}{4}-\frac{kx_2}{2}}-1)\cdot q_i(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau;$$

$$G_2^*=\frac{1}{8\pi a^2}\int_0^t \frac{x_2}{\tau^2}\cdot e^{-\frac{x_2^2}{4a^2\tau}}\int_{-1}^{1} e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2}{4a^2\tau}} q_i(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau. \tag{3}$$

Тогда интеграл (1) можно представить в виде суммы

$$G_2=G_2^0+G_2^* \tag{4}$$

Исследуем выражение $e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+x_2^2}{4a^2\tau}}(e^{-\frac{a^2k^2\tau}{4}-\frac{kx_2}{2}}-\_\_\_\_)$. Получим оценку

$$\left|e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+x_2^2}{4a^2\tau}}(e^{-\frac{a^2k^2\tau}{4}-\frac{kx_2}{2}}-\_\_\_\_)\right|=\left|e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+x_2^2}{4a^2\tau}}(-\frac{a^2k^2\tau}{4}-\frac{kx_2}{2})\int_0^1 e^{(-\frac{a^2k^2\tau}{4}-\frac{kx_2}{2})q}dq\right|\le$$

$$\le e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+x_2^2}{4a^2\tau}}\left|\frac{a^2k^2\tau}{4}+\frac{kx_2}{2}\right|\left|\int_0^1 e^{-\frac{kx_2}{2}q}dq\right|\le ce^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+x_2^2}{4a^2\tau}}(\tau+|x_2|)\le$$

$$\le c(e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+x_2^2}{4a^2\tau}}\tau+e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+\frac{1}{2}x_2^2}{4a^2\tau}}(e^{-\frac{x_2^2}{8a^2\tau}}\frac{|x_2|}{\sqrt{\tau}}\sqrt{\tau}))\le c^*(\sqrt{\tau}+\tau)e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+\frac{1}{2}x_2^2}{4a^2\tau}},$$

из которой следует неравенство

$$\left|\frac{x_2}{\tau^2}e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+x_2^2}{4a^2\tau}}(e^{-\frac{a^2k^2\tau}{4}-\frac{kx_2}{2}}-1)\right|\le\frac{x_2}{\tau^2}c(\sqrt{\tau}+\tau)e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+\frac{1}{2}x_2^2}{4a^2\tau}}=$$

$$=c(\frac{1+\sqrt{\tau}}{\tau^{\frac{3}{2}}})(e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2}{4a^2\tau}}(\frac{(\sigma-x_1)^2}{4a^2\tau})^{\frac{1}{3}})\frac{4a^2\tau^{\frac{1}{3}}}{(\sigma-x_1)^{\frac{2}{3}}}(e^{-\frac{x_2^2}{8a^2\tau}}\frac{x_2}{\sqrt{8a^2\tau}})\sqrt{8a^2\tau}\le c\frac{1+\sqrt{\tau}}{\tau^{\frac{2}{3}}(\sigma-x_1)^{\frac{2}{3}}}.$$

Следовательно, для интеграла G_2^0 справедлива оценка

$$\left|G_2^0\right|\le c_2(t^{\frac{1}{3}}+\frac{6}{5}t^{\frac{5}{6}}), \tag{5}$$

из которой по теореме Лебега о ____ вытекает, что изучаемый интеграл непрерывен по переменной _____.

Изучим теперь интеграл (3). Проведём замену переменных $\frac{x_1-\sigma}{2a\sqrt{\tau}}=\eta$, $\sigma=x_1-2a\sqrt{\tau}\eta$, $d\sigma=-2a\sqrt{\tau}d\eta$, с учетом которой внутренний интеграл в представлении (3) примет вид

$$\int_{-1}^{1} e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2}{4a^2\tau}} q_i(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau=\int_{\frac{x_1-1}{2a\sqrt{\tau}}}^{\frac{x_1+1}{2a\sqrt{\tau}}} e^{-\eta^2}q_i(x_1-2a\sqrt{\tau}\eta;t-\tau)d\eta\cdot$$

Представим последний интеграл в виде суммы

$$\int_{\frac{x_1-1}{2a\sqrt{\tau}}}^{\frac{x_1+1}{2a\sqrt{\tau}}} e^{-\eta^2}q_i(x_1-2a\sqrt{\tau}\eta;t-\tau)d\eta=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\eta^2}q_i d\eta-\int_{-\infty}^{\frac{x_1-1}{2a\sqrt{\tau}}} e^{-\eta^2}q_i d\eta-\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. \tag{6}$$

Продолжим изучение функции (3) при $x_2>0$. Проведем замену переменных $\frac{x_2}{2a\sqrt{\tau}}=\xi$, $\frac{x_2}{2a\xi}=\sqrt{\tau}$, $\tau=\frac{x_2^2}{4a^2\xi^2}$, $d\tau=$ __________ . Тогда, для интеграла (4), справедливо представление

$$G_2^*=\frac{1}{\pi}\int\limits_{\frac{x_2}{2a\sqrt{t}}}^{\infty}e^{-\xi^2}\int\limits_{\frac{x_1-1}{2a\sqrt{\tau}}}^{\frac{x_1+1}{2a\sqrt{\tau}}}e^{-\eta^2}q_i(x_1-2a\sqrt{\tau}\eta;t-\tau)d\eta d\xi=$$

$$=\frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty}e^{-\xi^2}\int\limits_{\frac{x_1-1}{2a\sqrt{\tau}}}^{\frac{x_1+1}{2a\sqrt{\tau}}}e^{-\eta^2}q_i(x_1-2a\sqrt{\tau}\eta;t-\tau)d\eta d\xi-$$

$$-\frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{\overline{\qquad}}e^{-\xi^2}\int\limits_{\frac{x_1-1}{2a\sqrt{\tau}}}^{\frac{x_1+1}{2a\sqrt{\tau}}}e^{-\eta^2}q_i(x_1-2a\sqrt{\tau}\eta;t-\tau)d\eta d\xi\ ,$$

с учетом которого и равенства (6) интеграл (3) примет вид

$$G_2^*=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\infty}e^{-\xi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-\eta^2}q_i d\eta d\xi-\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\infty}e^{-\xi^2}\int\limits_{-\infty}^{\frac{x_1-1}{2a\sqrt{\tau}}}e^{-\eta^2}q_i d\eta d\xi-\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\infty}e^{-\xi^2}\int\limits_{\frac{x_1+1}{2a\sqrt{\tau}}}^{\infty}e^{-\eta^2}q_i d\eta d\xi-$$

$$-\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\frac{x_2}{2a\sqrt{t}}}e^{-\xi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-\eta^2}q_i d\eta d\xi+\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\frac{x_2}{2a\sqrt{t}}}e^{-\xi^2}\int\limits_{-\infty}^{\frac{x_1-1}{2a\sqrt{\tau}}}e^{-\eta^2}q_i d\eta d\xi+\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\frac{x_2}{2a\sqrt{t}}}e^{-\xi^2}\int\limits_{\frac{x_1+1}{2a\sqrt{\tau}}}^{\infty}e^{-\eta^2}q_i d\eta d\xi=$$

$$=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\infty}e^{-\xi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-\eta^2}q_i d\eta d\xi-\frac{1}{\pi}\int\limits_{\frac{x_2}{2a\sqrt{t}}}^{\infty}e^{-\xi^2}\int\limits_{-\infty}^{\frac{x_1-1}{2a\sqrt{\tau}}}e^{-\eta^2}q_i d\eta d\xi-\frac{1}{\pi}\int\limits_{\frac{x_2}{2a\sqrt{t}}}^{\infty}e^{-\xi^2}\int\limits_{\frac{x_1+1}{2a\sqrt{\tau}}}^{\infty}e^{-\eta^2}q_i d\eta d\xi-$$

$$-\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\overline{\qquad}}e^{-\xi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-\eta^2}q_i d\eta d\xi\ . \qquad (7)$$

Заметим, что выполнено равенство $\frac{q_i(x_1;t)}{2}=\frac{2}{\pi}\int\limits_0^{\infty}e^{-\xi^2}d\xi\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-\eta^2}d\eta\cdot\frac{q_i(x_1;t)}{2}$.

Рассмотрим модуль разности

$$\left|\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\infty}e^{-\xi^2}(\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-\eta^2}q_i(x_1-2a\frac{x_2}{2a\xi}\eta;t-\frac{x_2^2}{4a^2\xi^2})-q_i(x_1,t)d\eta d\xi\right|.$$

Введём обозначения

$$I_1=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{-N}e^{-\xi^2}e^{-\eta^2}(q_i(x_1-\frac{x_2\eta}{\xi};t-\frac{x_2^2}{4a^2\xi^2})-q_i(x_1,t))d\eta d\xi\ ,$$

$$I_2=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\infty}\int\limits_{N}^{\infty}e^{-\xi^2}e^{-\eta^2}(q_i(x_1-\frac{x_2\eta}{\xi};t-\frac{x_2^2}{4a^2\xi^2})-q_i(x_1,t))d\eta d\xi\ ,$$

$$I_3 = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\int_{-N}^{N} e^{-\xi^2} e^{-\eta^2}(q_i(x_1 - \frac{x_2\eta}{\xi}; t - \frac{x_2^2}{4a^2\xi^2}) - q_i(x_1,t))d\eta d\xi \, .$$

Тогда справедливо равенство

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} e^{-\xi^2}(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\eta^2} q_i(x_1 - 2a\frac{x_2}{2a\xi}\eta; t - \frac{x_2^2}{4a^2\xi^2}) - q_i(x_1,t)d\eta d\xi = I_1 + I_2 + I_3 \, .$$

Оценим каждый из интегралов I_1, I_2 I_3 по отдельности.

В силу ограниченности функции $q_i(x_1,t)$ справедливо неравенство

$$\left| q_i(x_1 - \frac{x_2\eta}{\xi}; t - \frac{x_2^2}{4a^2\xi^2}) - q_i(x_1,t) \right| \le 2c_0.$$

Значит, при любом $N > N_0(\tilde{\varepsilon})$, где $\tilde{\varepsilon} > 0$, для интегралов $I_1 + I_2$ имеет место оценка $\left|I_1 + I_2\right| \le c_1 \int_0^{\infty} \tilde{\varepsilon} e^{-\xi^2} d\xi$. Так как интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\eta^2} d\eta$ сходится, то выполнено равенство $\lim\limits_{N\to\infty}\left|I_1 + I_2\right| \le c_1 \int_0^{\infty} 0 \cdot e^{-\xi^2} d\xi =$ ______ .

Возьмём произвольное $\varepsilon > 0$ и выберем N настолько большим, что выполнено неравенство $\left|I_1 + I_2\right| < \varepsilon_1$. Зафиксируем это N и при нём оценим интеграл I_3. Введём обозначения

$$I_{31} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\chi} e^{-\xi^2} \int_{-N}^{N} e^{-\eta^2}(q_i(x_1 - 2a\sqrt{\tau}\eta; t - \frac{x_2^2}{4a^2\xi^2}) - q_i(x_1,t))d\eta d\xi \, ,$$

$$I_{32} = \frac{1}{\pi}\int_{\chi}^{\infty} e^{-\xi^2} \int_{-N}^{N} e^{-\eta^2}(q_i(x_1 - 2a\sqrt{\tau}\eta; t - \frac{x_2^2}{4a^2\xi^2}) - q_i(x_1,t))d\eta d\xi.$$

Тогда функция I_3 представима в виде $I_3 = I_{31} + I_{32}$.

Заметим, что имеет место оценка $\left|I_{31}\right| \le \frac{2c}{\sqrt{\pi}}\left|\int_0^{\chi} e^{-\xi^2} d\xi\right| < \varepsilon_2 < \varepsilon.$ Так как интеграл $\int_0^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi$ сходится, то справедливо равенство $\lim\limits_{\chi\to 0}\int_0^{\chi} e^{-\xi^2} d\xi =$ ____ .

Пусть $\varepsilon = \max(\varepsilon_1, \varepsilon_2),$ тогда выполнена оценка $\left|I_1 + I_2 + I_{31}\right| < \varepsilon.$ Зафиксируем такое большое N и такое малое χ, чтобы имели место неравенства $\left|I_2\right| < \frac{\varepsilon}{4},$ $\left|I_{12}\right| < \frac{\varepsilon}{4},$ и оценим интеграл I_{32}.

По условию функция $q_i(x_1,t)$ непрерывна по совокупности переменных, т.е. по определению для любого $\varepsilon > 0$ существует такое $\delta > 0$, что для любого Δx, такого, что $\left|\Delta x\right| < \delta$ справедливо соотношение $\left|q_i(x - \Delta x) - q_i(x)\right| < \varepsilon,$ где $\Delta x_1 = \frac{x_2}{\xi}\eta;$ $\Delta t = \frac{x_2^2}{4a^2\xi^2},$

$|\Delta x| = \sqrt{\dfrac{x_2^2}{\xi^2}\eta^2 + \dfrac{x_2^4}{16a^4\xi^4}}$. В данном случае ξ отделено от 0, η отделено от ∞. Выберем x_2 настолько малым, что $|\Delta x| \underline{\qquad} \delta$, тогда будет верным неравенство $|q_i(x_1 - \Delta x_1, t - \Delta t) - q_i(x_1, t)| < \varepsilon.$

Таким образом, для интеграла I_{32} справедлива оценка $|I_{32}| < \dfrac{\varepsilon}{2}$. Следовательно, показано выполнение равенства

$$\lim_{x_2 \to +0} \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\xi^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\eta^2} q_i d\eta = \underline{\qquad\qquad} . \tag{8}$$

Оценим оставшиеся слагаемые в представлении интеграла G_2^*. Введём для них обозначения

$$G_{21}^* = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{x_2}{2a\sqrt{t}}} e^{-\xi^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\eta^2} q_i d\eta d\xi, \quad G_{22}^* = -\frac{1}{\pi} \int_{\frac{x_2}{2a\sqrt{t}}}^{+\infty} e^{-\xi^2} \int_{-\infty}^{\frac{x_1-1}{2a\sqrt{\tau}}} e^{-\eta^2} q_i d\eta d\xi,$$

$$G_{23}^* = -\frac{1}{\pi} \int_{\frac{x_2}{2a\sqrt{t}}}^{+\infty} e^{-\xi^2} \int_{\frac{x_1+1}{2a\sqrt{\tau}}}^{\infty} e^{-\eta^2} q_i d\eta d\xi .$$

Для интеграла G_{21}^* справедлива оценка

$$|G_{21}^*| \le c \left| \int_0^{\frac{x_2}{2a\sqrt{t}}} e^{-\xi^2} d\xi \right| \to \underline{\qquad} \tag{9}$$

при $x_2 \to +0.$

Изучим теперь интеграл G_{22}^*. Заметим, что имеет место неравенство

$\left| \int_{-\infty}^{\frac{x_1-1}{2a\sqrt{\tau}}} e^{-\eta^2} q_i d\eta \right| \le c_0 \left| \dfrac{\tau^{\frac{p}{2}}}{(1-x_1)^p} \right| \le c_1 \tau^{\frac{p}{2}}$, где p - любое натуральное, нечётное число.

Следовательно, для интеграла G_{22}^* справедлива оценка

$$|G_{22}^*| \le \left| c \frac{1}{\pi} \int_{\frac{x_2}{2a\sqrt{t}}}^{\infty} e^{-\xi^2} \tau^{\frac{p}{2}} d\xi \right| .$$

Сделав в последнем интеграле замену переменных $\tau = \dfrac{x_2^2}{(2a\xi)^2}; \sqrt{\tau}^{\,p} = (\dfrac{x_2}{2a\xi})^p$, получим неравенство $|G_{22}^*| \le \dfrac{c}{\pi} \left| \displaystyle\int_{\frac{x_2}{2a\sqrt{t}}}^{\infty} e^{-\xi^2} \dfrac{x_2^p}{(2a)^p} (\xi)^{-p} d\xi \right| \to c_1 (\sqrt{t})^p \dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$ при $x_2 \to +0,$ откуда по теореме

Лебега о ________________________________ вытекает, что оцениваемый интеграл непрерывен по переменной x_2.

Следовательно, выполнено условие

$$G_{22}^{*}(x_1,+0,t)-G_{22}^{*}(x_1,-0,t)=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. \qquad (10)$$

Проводя те же рассуждения, что и при исследовании интеграла G_{22}^{*}, для интеграла G_{23}^{*}, получим выполнение равенства $G_{23}^{*}(x_1,+0,t)-G_{23}^{*}(x_1,-0,t)=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$.

Заметим, что при $x_2<0$ справедливо равенство

$$\lim_{x_2\to-0} G_2^{*}=-\frac{q_i(x_1,t)}{2}, \qquad (11)$$

доказательство которого проводится аналогично случаю $x_2>0$.

Таким образом, из представления (4) и оценок (5), (7) – (11) следует выполнение условия (2).

Описание технологии проведения

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. Контрольная работа включает в себя четыре задания, два задания посвящены действиям с задачами для стационарных дифференциальных уравнений, одно – действиям с функциями Макдональда-Бесселя, одно представляет собой текст доказательства утверждения с пропущенными словами/символами/формулами/фразами, которые необходимо вписать обучающемуся Ограничение по времени – 60 минут. Во время контрольной работы не разрешено пользоваться никакими справочными материалами.

Текущая аттестация по дисциплине с применением дистанционных образовательных технологий может проводиться на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, https://edu.vsu.ru/).

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», которые формируются следующим образом:

Оценки	Критерии
Отлично	обучающийся правильно выполнил 95% и более заданий контрольной работы, представлено полное решение каждого из заданий, сделаны обоснованные выводы.
Хорошо	Обучающийся правильно выполнил не менее 75% и менее 95% заданий контрольной работы
Удовлетворительно	Обучающийся правильно выполнил не менее 50% и менее 75% предложенных заданий.
Неудовлетворительно	Обучающийся правильно выполнил менее 50% предложенных заданий.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: перечень тестовых заданий к зачету с оценкой, перечень вопросов к зачету с оценкой.

Перечень тестовых заданий к зачету с оценкой:

1. Функция $K_n(z)$ является вторым решением уравнения

а) $z^2\dfrac{dy}{dz}+z\dfrac{dy}{dz}-(z^2+n^2)y=0$;

б) $z^2 \dfrac{dy^2}{dz^2} + z\dfrac{dy}{dz} - (z^2 + n^2)y = 0$;

в) $z^2 \dfrac{dy^2}{dz^2} + z\dfrac{dy}{dz} - (z^2 + n^2)y = zy$.

2. Производная функции $K_0(z)$ равна

а) $-K_1(z)$;

б) $2K_1(z)$;

в) $K_1(z) - K_2(z)$.

3. Производная функции $K_1(z)$ равна

а) $K_1(z) - K_2(z)$;

б) $K_2(z)$;

в) $-\dfrac{1}{2}(K_0(z) + K_2(z))$.

4. Для функции $K_0(z)$ справедливо асимптотическое равенство при $0 < z < 1$

а) $K_0(z) = \dfrac{1}{z} + O(1)$;

б) $K_0(z) = \ln\dfrac{1}{z} + O(z)$;

в) $K_0(z) = \ln\dfrac{1}{z} + O(1)$.

5. Для функции $K_1(z)$ справедливо асимптотическое равенство при $0 < z < 1$

а) $K_1(z) = \dfrac{1}{z} + O(1)$;

б) $K_1(z) = \ln\dfrac{1}{z} + O(z)$;

в) $K_1(z) = \dfrac{1}{z} + O(z)$.

6. Для функции $K_0(z)$ справедлива оценка при $0 < z < 1$

а) $|K_0(z)| \le c(\dfrac{1}{z} + 1)$;

б) $|K_0(z)| \le c(\ln\dfrac{1}{z} + 1)$;

в) $|K_0(z)| \le c(\dfrac{1}{z} + \ln z)$.

7. Для функции $K_\nu(z)$ справедливо асимптотическое равенство при $z > 1$

а) $K_\nu(z) = \left(\dfrac{\pi}{2z}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-z}(1 + O(\dfrac{1}{z}))$;

б) $K_\nu(z) = (\pi)^{\frac{1}{2}} e^{-z}(1 + O(\dfrac{1}{z}))$;

в) $K_\nu(z)=\left(\dfrac{\pi}{2z}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-z}(1+O(1))$.

8. Для функции $K_\nu(z)$, $\nu\neq 0$ справедлива оценка при $0<z<1$

а) $\left|K_\nu(z)\right|\le c(\dfrac{1}{z}+1)$;

б) $\left|K_\nu(z)\right|\le \dfrac{c}{z^{|\nu|}}$;

в) $\left|K_0(z)\right|\le c(\dfrac{1}{\nu}+\ln z)$.

9. Для функции $K_n(z)$, $n\neq 0$ целое справедливо асимптотическое равенство при $0<z<1$

а) $K_n(z)=\dfrac{1}{z^n}+O(1)$;

б) $K_n(z)=\dfrac{1}{2}\dfrac{(n-1)!}{\left(\dfrac{x}{2}\right)^n}+O(\dfrac{1}{x^{n-2}})$;

в) $K_n(z)=\dfrac{1}{2}\dfrac{(n+2)!}{\left(\dfrac{x}{2}\right)^n}+O(\dfrac{1}{x^{n}})$.

10. При определенных предположениях решением задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+k\frac{\partial u}{\partial\varphi}=0;$$

$$u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi)=q_0(x);$$

$$\frac{k}{2}(u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi))+\frac{\partial u(x,0)}{\partial\varphi}-e^{\pi k}\,\frac{\partial u(x,2\pi)}{\partial\varphi}=q_1(x)$$

является функция

а) $$u(x,\varphi)=\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}((\int_{-1}^{1}e^{iys}q_0(y)dy)\cdot\frac{e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}}{1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}}}+$$

$$+(\int_{-1}^{1}e^{iys}q_1(y)dy)\cdot\frac{-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}}{\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}})})\cdot e^{-ixs}ds;$$

б) $$u(x,\varphi)=\frac{e^{-\frac{k}{2}\varphi}}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}((\int_{-1}^{1}e^{iys}q_0(y)dy)\cdot\frac{e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}}{1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}}}+$$

$$+(\int_{-1}^{1}e^{iys}q_1(y)dy)\cdot\frac{-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}}{\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}})})\cdot e^{-ixs}ds;$$

в) $u(x,\varphi)=\dfrac{e^{-\frac{k}{2}\varphi}}{4\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}((\int\limits_{-1}^{1}e^{iys}q_0(y)dy)\cdot\dfrac{e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}}{1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}}}ds$.

11. При определенных предположениях решением задачи

$$\begin{cases}-\dfrac{k^2}{4}v+\dfrac{\partial^2 v}{\partial\varphi^2}+\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2}=0;\\ v(x,0)-v(x,2\pi)=q_0(x);\\ \dfrac{\partial v(x,0)}{\partial\varphi}-\dfrac{\partial v(x,2\pi)}{\partial\varphi}=q_1(x)\end{cases}$$

является функция

а) $v(x,\varphi)=\dfrac{1}{4\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}((\int\limits_{-1}^{1}e^{iys}q_0(y)dy)\cdot\dfrac{e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}}{1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}}}+$

$+(\int\limits_{-1}^{1}e^{iys}q_1(y)dy)\cdot\dfrac{-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}}{\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}})})\cdot e^{-ixs}ds$;

б) $v(x,\varphi)=\dfrac{e^{-\frac{k}{2}\varphi}}{4\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}((\int\limits_{-1}^{1}e^{iys}q_0(y)dy)\cdot\dfrac{e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}}{1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}}}+$

$+(\int\limits_{-1}^{1}e^{iys}q_1(y)dy)\cdot\dfrac{-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}}{\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}})})\cdot e^{-ixs}ds$;

в) $v(x,\varphi)=\dfrac{e^{-\frac{k}{2}\varphi}}{4\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}((\int\limits_{-1}^{1}e^{iys}q_0(y)dy)\cdot\dfrac{e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}}{1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}}}ds$.

12. После применения преобразования Фурье по переменной x задача

$$\begin{cases}-\dfrac{k^2}{4}v+\dfrac{\partial^2 v}{\partial\varphi^2}+\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2}=0;\\ v(x,0)-v(x,2\pi)=q_0(x);\\ \dfrac{\partial v(x,0)}{\partial\varphi}-\dfrac{\partial v(x,2\pi)}{\partial\varphi}=q_1(x)\end{cases}$$

примет вид

а) $\begin{cases} -\dfrac{k^2}{4}\tilde{v} + \dfrac{\partial^2 \tilde{v}(s,\varphi)}{\partial \varphi^2} - s^2 \tilde{v}(s,\varphi) = 0; \\ \tilde{v}(s,0) - \tilde{v}(s,2\pi) = \tilde{q}_0(s); \\ \dfrac{\partial \tilde{v}(s,0)}{\partial \varphi} - \dfrac{\partial \tilde{v}(s,2\pi)}{\partial \varphi} = \tilde{q}_1(s). \end{cases}$

б) $\begin{cases} -\dfrac{k^2}{4}\tilde{v} + \dfrac{\partial^2 \tilde{v}(s,\varphi)}{\partial \varphi^2} - s^2 \tilde{v}(s,\varphi) = 0; \\ \tilde{v}(s,0) - \tilde{v}(s,2\pi) = 0; \\ \dfrac{\partial \tilde{v}(s,0)}{\partial \varphi} - \dfrac{\partial \tilde{v}(s,2\pi)}{\partial \varphi} = 0. \end{cases}$

в) $\begin{cases} -\dfrac{k^2}{4}\tilde{v} + \dfrac{\partial^2 \tilde{v}(s,\varphi)}{\partial \varphi^2} - s^2 \tilde{v}(s,\varphi) = \tilde{q}_0(s) + \tilde{q}_1(s); \\ \tilde{v}(s,0) - \tilde{v}(s,2\pi) = \tilde{q}_0(s); \\ \dfrac{\partial \tilde{v}(s,0)}{\partial \varphi} - \dfrac{\partial \tilde{v}(s,2\pi)}{\partial \varphi} = \tilde{q}_1(s). \end{cases}$

13. Общее решение задачи

$$\begin{cases} -\dfrac{k^2}{4}\tilde{v} + \dfrac{\partial^2 \tilde{v}(s,\varphi)}{\partial \varphi^2} - s^2 \tilde{v}(s,\varphi) = 0; \\ \tilde{v}(s,0) - \tilde{v}(s,2\pi) = \tilde{q}_0(s); \\ \dfrac{\partial \tilde{v}(s,0)}{\partial \varphi} - \dfrac{\partial \tilde{v}(s,2\pi)}{\partial \varphi} = \tilde{q}_1(s) \end{cases}$$

имеет вид

а) $\tilde{v}(\varphi) = c_1(s)e^{\lambda_1\varphi} + e^{\lambda_2\varphi}$;

б) $\tilde{v}(\varphi) = c_1(s)e^{\lambda_1\varphi} + c_2(s)e^{\lambda_2\varphi}$;

в) $\tilde{v}(\varphi) = c_1(s)e^{\lambda_1\varphi} + c_2(s)\sin\lambda_2\varphi$.

14. При определенных предположениях первая производная решения задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0;$$
$$u(x,0) - e^{\pi k}u(x,2\pi) = q_0(x);$$
$$\frac{k}{2}(u(x,0) - e^{\pi k}u(x,2\pi)) + \frac{\partial u(x,0)}{\partial \varphi} - e^{\pi k}\frac{\partial u(x,2\pi)}{\partial \varphi} = q_1(x)$$

$\dfrac{\partial u}{\partial x}$ имеет асимптотическое представление $x \to \pm 1;\ \varphi \to 2\pi n\ n = 0,1$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{1}{2\pi}(-\frac{q_0(1)\varphi}{\varphi^2+(1-x)^2}+\frac{q_0(-1)\varphi}{\varphi^2+(1+x)^2}+\frac{(2\pi-\varphi)q_0(1)}{(2\pi-\varphi)^2+(1-x)^2}-$$

а) $-\frac{q_0(-1)(2\pi-\varphi)}{(2\pi-\varphi)^2+(1+x)^2}-q_1(1)\ln\sqrt{(2\pi-\varphi)^2+(1-x)^2}+$

$+q_1(-1)\ln\sqrt{(2\pi-\varphi)^2+(x+1)^2})+\tilde{R};$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{1}{2\pi}(-\frac{q_0(1)\varphi}{\varphi^2+(1-x)^2}+\frac{q_0(-1)\varphi}{\varphi^2+(1+x)^2}+\frac{(2\pi-\varphi)q_0(1)}{(2\pi-\varphi)^2+(1-x)^2}-$$

б) $-\frac{q_0(-1)(2\pi-\varphi)}{(2\pi-\varphi)^2+(1+x)^2}-q_1(1)\ln\sqrt{\varphi^2+(x-1)^2}+q(-1)\ln\sqrt{\varphi^2+(x+1)^2}-$

$-q_1(1)\ln\sqrt{(2\pi-\varphi)^2+(1-x)^2}+q_1(-1)\ln\sqrt{(2\pi-\varphi)^2+(x+1)^2})+\tilde{R};$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{1}{2\pi}(+\frac{(2\pi-\varphi)q_0(1)}{(2\pi-\varphi)^2+(1-x)^2}-\frac{q_0(-1)(2\pi-\varphi)}{(2\pi-\varphi)^2+(1+x)^2}-$$

в) $-q_1(1)\ln\sqrt{\varphi^2+(x-1)^2}+q(-1)\ln\sqrt{\varphi^2+(x+1)^2}-$

$-q_1(1)\ln\sqrt{(2\pi-\varphi)^2+(1-x)^2}+q_1(-1)\ln\sqrt{(2\pi-\varphi)^2+(x+1)^2})+\tilde{R}.$

15. При определенных предположениях первая производная решения задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+k\frac{\partial u}{\partial\varphi}=0;$$

$$u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi)=q_0(x);$$

$$\frac{k}{2}(u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi))+\frac{\partial u(x,0)}{\partial\varphi}-e^{\pi k}\frac{\partial u(x,2\pi)}{\partial\varphi}=q_1(x)$$

$\frac{\partial u}{\partial\varphi}$ имеет асимптотическое представление $x\to\pm1;\ \varphi\to 2\pi n\ n=0,1$

а)
$$\frac{\partial u}{\partial\varphi}=\frac{q_0(1)}{2\pi}\frac{x-1}{\varphi^2+(x-1)^2}-\frac{q_0(-1)}{2\pi}\frac{x+1}{\varphi^2+(x+1)^2}+\frac{q_0(1)}{2\pi}\frac{x-1}{(2\pi-\varphi)^2+(x-1)^2}-$$
$$-\frac{q_0(-1)}{2\pi}\frac{x+1}{(2\pi-\varphi)^2+(x+1)^2}+\hat{R};$$

б) $\frac{\partial u}{\partial\varphi}=\frac{q_0(1)}{2\pi}\frac{x-1}{(2\pi-\varphi)^2+(x-1)^2}-\frac{q_0(-1)}{2\pi}\frac{x+1}{(2\pi-\varphi)^2+(x+1)^2}+\hat{R};$

$$\frac{\partial u}{\partial\varphi}=\frac{1}{2\pi}(+\frac{(2\pi-\varphi)q_0(1)}{(2\pi-\varphi)^2+(1-x)^2}-\frac{q_0(-1)(2\pi-\varphi)}{(2\pi-\varphi)^2+(1+x)^2}-$$

в) $-q_1(1)\ln\sqrt{\varphi^2+(x-1)^2}+q(-1)\ln\sqrt{\varphi^2+(x+1)^2}-$

$-q_1(1)\ln\sqrt{(2\pi-\varphi)^2+(1-x)^2}+q_1(-1)\ln\sqrt{(2\pi-\varphi)^2+(x+1)^2})+\tilde{R}.$

16. Задача

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+k\frac{\partial u}{\partial \varphi}=0;$$
$$u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi)=q_0(x);$$
$$\frac{k}{2}(u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi))+\frac{\partial u(x,0)}{\partial \varphi}-e^{\pi k}\frac{\partial u(x,2\pi)}{\partial \varphi}=q_1(x)$$
является

а) начально-краевой;

б) краевой;

в) задачей Коши для волнового уравнения.

17. При определенных предположениях решением задачи
$$\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_2^2}+k\cos\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}+k\sin\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}=0\,.$$
$$u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=q_0(x_1);$$
$$\frac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2}+k\sin\alpha u(x_1,+0)-\frac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2}-k\sin\alpha u(x_1,-0)=q_1(x_1);\ x_1\in[-1;1]$$
является функция

а) $u=-(2\pi)^{-1}\int_{-1}^{1}e^{-0,5k((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(0,5k\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_1(\sigma_1)d\sigma_1+$
$$+k(4\pi)^{-1}\int_{-1}^{1}e^{-0,5k((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_1(0,5k\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})\frac{x_2q_0(\sigma_1)}{(x_2^2+(x_1-\sigma_1)^2)^{0,5}}d\sigma_1+$$
$$+k\sin\alpha(4\pi)^{-1}\int_{-1}^{1}e^{-0,5k((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(0,5k\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_0(\sigma_1)d\sigma_1;$$
б) $u=\frac{1}{8\pi}\int_0^t(a^2\tau k+x_2)(a^2\tau^2)^{-1}\int_{-1}^{1}\exp[-(4a^2\tau)^{-1}((x_1-\sigma_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2)]q_0(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau-$
$$-(4\pi)^{-1}\int_0^t\tau^{-1}\int_{-1}^{1}\exp[-(4a^2\tau)^{-1}((x_1-\sigma_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2)]\cdot q_1(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau;$$
в) $u=-(2\pi)^{-1}\int_{-1}^{1}e^{-0,5k((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(0,5k\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_1(\sigma_1)d\sigma_1+$
$$+k(4\pi)^{-1}\int_{-1}^{1}e^{-0,5k((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_1(0,5k\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})\frac{x_2q_0(\sigma_1)}{(x_2^2+(x_1-\sigma_1)^2)^{0,5}}d\sigma_1.$$
18. Задача
$$\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_2^2}+k\cos\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}+k\sin\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}=0\,.$$
$$u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=q_0(x_1);$$
$$\frac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2}+k\sin\alpha u(x_1,+0)-\frac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2}-k\sin\alpha u(x_1,-0)=q_1(x_1);\ x_1\in[-1;1]$$
является

а) стационарной краевой;

б) нестационарной начальной;

в) стационарной начально-краевой.

19. Фундаментальное решение оператора $\Delta-(\frac{k}{2})^2$ в R^2 является

а) $E(x) = -\frac{1}{2\pi} K_0(\frac{k}{2}|x|)$;

б) $E(x) = -\frac{\Theta(x)}{2\pi} e^{-\frac{k}{2}}$;

в) $E(x) = -\frac{1}{2\pi} K_1(\frac{3k}{2}|x|)$.

20. Обобщенная задача для задачи

$$\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_2^2} + k\cos\alpha \frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1} + k\sin\alpha \frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2} = 0.$$

$$u(x_1,+0) - u(x_1,-0) = q_0(x_1);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2} + k\sin\alpha u(x_1,+0) - \frac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2} - k\sin\alpha u(x_1,-0) = q_1(x_1);\ x_1 \in [-1;1]$$

имеет вид

а) $\Delta u(x) + k\cos\alpha \frac{\partial u}{\partial x_1} + k\sin\alpha \frac{\partial u}{\partial x_2} = q_0(x_1)\cdot\delta_{[-1,1]} + q_1(x_1)\cdot\frac{\partial \delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}$;

б) $\Delta u(x) + k\cos\alpha \frac{\partial u}{\partial x_1} + k\sin\alpha \frac{\partial u}{\partial x_2} = q_1(x_1)\cdot\delta_{[-1,1]} + q_0(x_1)\cdot\frac{\partial \delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}$;

в) $\Delta u(x) + k\cos\alpha \frac{\partial u}{\partial x_1} + k\sin\alpha \frac{\partial u}{\partial x_2} = \left(q_1(x_1) + q_0(x_1)\right)\cdot\frac{\partial \delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}$.

21. Решение обобщенной задачи

$$\Delta u(x) + k\cos\alpha \frac{\partial u}{\partial x_1} + k\sin\alpha \frac{\partial u}{\partial x_2} = q_1(x_1)\cdot\delta_{[-1,1]} + q_0(x_1)\cdot\frac{\partial \delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}$$

имеет вид

а) $u(x_1,x_2) = E(x_1,x_2) * q_0(x_1)\delta_{[-1,1]} + E(x_1,x_2) * \frac{\partial q_1(x_1)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}$;

б) $u(x_1,x_2) = E(x_1,x_2) * q_1(x_1)\delta_{[-1,1]}$;

в) $u(x_1,x_2) = E(x_1,x_2) * q_1(x_1)\delta_{[-1,1]} + E(x_1,x_2) * \frac{\partial q_0(x_1)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}$.

22. При определенных ограничениях первая производная решения задачи

$$\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_2^2} + k\cos\alpha \frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1} + k\sin\alpha \frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2} = 0.$$

$$u(x_1,+0) - u(x_1,-0) = q_0(x_1);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2} + k\sin\alpha u(x_1,+0) - \frac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2} - k\sin\alpha u(x_1,-0) = q_1(x_1);\ x_1 \in [-1;1]$$

$\frac{\partial u}{\partial x_2}$ имеет асимптотическое представление

а) $\frac{\partial u}{\partial x_2} = -\frac{1}{2\pi}[\frac{1-x_1}{(1-x_1)^2 + x_2^2} q_0(1) + \frac{1+x_1}{(1+x_1)^2 + x_2^2} q_0(-1)] + \frac{k\cos\alpha}{8\pi}[\ln((1-x_1)^2 + x_2^2) q_0(1) -$

$$-\ln((1+x_1)^2+x_2^2)q_0(-1)]+\frac{1}{4\pi}[\ln((1-x_1)^2+x_2^2)q_0'(1)-\ln((-1-x_1)^2+x_2^2)q_0'(-1)]+R(x_1,x_2);$$

б) $$\frac{\partial u}{\partial x_2}=-\frac{1}{2\pi}[\frac{1-x_1}{(1-x_1)^2+x_2^2}q_0(1)+\frac{1+x_1}{(1+x_1)^2+x_2^2}q_0(-1)]+\frac{k\cos\alpha}{8\pi}[\ln((1-x_1)^2+x_2^2)q_0(1)-$$

$$-\ln((1+x_1)^2+x_2^2)q_0(-1)]+R(x_1,x_2);$$

в) $$\frac{\partial u}{\partial x_2}=-(4\pi)^{-1}[\ln((1-x_1)^2+x_2^2)q_1(1)-\ln((1+x_1)^2+x_2^2)q_1(-1)]+k\sin\alpha(8\pi)^{-1}[\ln((1-x_1)^2+x_2^2)q_0(1)-$$

$$-\ln((1+x_1)^2+x_2^2)q_0(-1)]-\frac{1}{2\pi}[\frac{x_2}{(1-x_1)^2+x_2^2}q_0(1)-\frac{x_2}{(1+x_1)^2+x_2^2}q_0(-1)]+R_1(x_1,x_2).$$

23. При определенных ограничениях первая производная решения задачи

$$\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_2^2}+k\cos\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}+k\sin\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}=0\,.$$

$$u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=q_0(x_1);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2}+k\sin\alpha u(x_1,+0)-\frac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2}-k\sin\alpha u(x_1,-0)=q_1(x_1);\ x_1\in[-1;1]$$

$\frac{\partial u}{\partial x_1}$ имеет асимптотическое представление

а) $$\frac{\partial u}{\partial x_1}=-\frac{1}{2\pi}[\frac{1-x_1}{(1-x_1)^2+x_2^2}q_0(1)+\frac{1+x_1}{(1+x_1)^2+x_2^2}q_0(-1)]+\frac{k\cos\alpha}{8\pi}[\ln((1-x_1)^2+x_2^2)q_0(1)-$$

$$-\ln((1+x_1)^2+x_2^2)q_0(-1)]+\frac{1}{4\pi}[\ln((1-x_1)^2+x_2^2)q_0'(1)-\ln((-1-x_1)^2+x_2^2)q_0'(-1)]+R(x_1,x_2);$$

б) $$\frac{\partial u}{\partial x_1}=-\frac{1}{2\pi}[\frac{1-x_1}{(1-x_1)^2+x_2^2}q_0(1)+\frac{1+x_1}{(1+x_1)^2+x_2^2}q_0(-1)]+\frac{k\cos\alpha}{8\pi}[\ln((1-x_1)^2+x_2^2)q_0(1)-$$

$$-\ln((1+x_1)^2+x_2^2)q_0(-1)]+R(x_1,x_2);$$

в) $$\frac{\partial u}{\partial x_1}=-(4\pi)^{-1}[\ln((1-x_1)^2+x_2^2)q_1(1)-\ln((1+x_1)^2+x_2^2)q_1(-1)]+k\sin\alpha(8\pi)^{-1}[\ln((1-x_1)^2+x_2^2)q_0(1)-$$

$$-\ln((1+x_1)^2+x_2^2)q_0(-1)]-\frac{1}{2\pi}[\frac{x_2}{(1-x_1)^2+x_2^2}q_0(1)-\frac{x_2}{(1+x_1)^2+x_2^2}q_0(-1)]+R_1(x_1,x_2).$$

24. Поверхностным стационарным тепловым потенциалом простого слоя называется

а) $u(x_1,x_2)=E(x_1,x_2)*q_1(x_1)\delta_{[-1,1]}$;

б) $u(x_1,x_2)=E(x_1,x_2)*\dfrac{\partial q_0(x_1)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}$;

в) $u(x_1,x_2)=E(x_1,x_2)*q_1(x_1)\delta_{[-1,1]}+E(x_1,x_2)*\dfrac{\partial q_0(x_1)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}$.

25. Поверхностным стационарным тепловым потенциалом двойного слоя называется

а) $u(x_1,x_2)=E(x_1,x_2)*q_1(x_1)\delta_{[-1,1]}$;

б) $u(x_1,x_2)=E(x_1,x_2)*\dfrac{\partial q_0(x_1)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}$;

в) $u(x_1,x_2)=E(x_1,x_2)*q_1(x_1)\delta_{[-1,1]}+E(x_1,x_2)*\dfrac{\partial q_0(x_1)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}$.

26. Поверхностный стационарный тепловой потенциал простого слоя представим в виде

а) $u(x_1,x_2)=\dfrac{k}{4\pi}\int\limits_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_1(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})\dfrac{x_2q_0(\sigma_1)}{\sqrt{x_2^2+(x_1-\sigma_1)^2}}d\sigma_1+$

$+\dfrac{k\sin\alpha}{4\pi}\int\limits_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_0(\sigma_1)d\sigma_1$;

б) $u(x_1,x_2)=-\dfrac{1}{2\pi}\int\limits_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_1(\sigma_1)d\sigma_1;$

в) $u(x_1,x_2)=\dfrac{k}{4\pi}\int\limits_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_1(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})\dfrac{x_2q_0(\sigma_1)}{\sqrt{x_2^2+(x_1-\sigma_1)^2}}d\sigma_1.$

27. Поверхностный стационарный тепловой потенциал двойного слоя представим в виде

а) $u(x_1,x_2)=\dfrac{k}{4\pi}\int\limits_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_1(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})\dfrac{x_2q_0(\sigma_1)}{\sqrt{x_2^2+(x_1-\sigma_1)^2}}d\sigma_1+$

$+\dfrac{k\sin\alpha}{4\pi}\int\limits_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_0(\sigma_1)d\sigma_1$;

б) $u(x_1,x_2)=-\dfrac{1}{2\pi}\int\limits_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_1(\sigma_1)d\sigma_1;$

в) $u(x_1,x_2)=\dfrac{k}{4\pi}\int\limits_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_1(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})\dfrac{x_2q_0(\sigma_1)}{\sqrt{x_2^2+(x_1-\sigma_1)^2}}d\sigma_1.$

28. Поверхностный стационарный тепловой потенциал простого слоя

$$u(x_1,x_2)=-\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q(\sigma_1)d\sigma_1$$

удовлетворяет условиям

а) $u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=0;$

б) $\dfrac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2}-\dfrac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2}-k\sin\alpha u(x_1,-0)+k\sin\alpha u(x_1,+0)=q(x_1);$

в) $u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=q(x_1);$

г) $\dfrac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2}-\dfrac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2}+k\sin\alpha u(x_1,+0)-k\sin\alpha u(x_1,-0)=0.$

29. Поверхностный стационарный тепловой потенциал двойного слоя

$$u(x_1,x_2)=\frac{k}{4\pi}\int\limits_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_1(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})\frac{x_2q(\sigma_1)}{\sqrt{x_2^2+(x_1-\sigma_1)^2}}d\sigma_1+$$

$$+\frac{k\sin\alpha}{4\pi}\int_{-1}^{1} e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)} K_0(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q(\sigma_1)d\sigma_1$$

удовлетворяет условиям

а) $u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=0;$

б) $\dfrac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2}-\dfrac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2}-k\sin\alpha u(x_1,-0)+k\sin\alpha u(x_1,+0)=q(x_1);$

в) $u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=q(x_1);$

г) $\dfrac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2}-\dfrac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2}+k\sin\alpha u(x_1,+0)-k\sin\alpha u(x_1,-0)=0.$

30. Фундаментальным решением оператора $\dfrac{\partial}{\partial t}-a^2(\Delta-k\dfrac{\partial}{\partial x_2})$ в R^3 является функция

а) $E\ (x,t)=\dfrac{\theta(t)}{4\pi a^2 t}\exp[-x_1^2-(a^2tk+x_2)^2];$

б) $E\ (x,t)=\dfrac{\theta(t)}{2\sqrt{\pi t}}\exp[-|x|^2];$

в) $E\ (x,t)=\dfrac{\theta(at-|x|)}{2\pi a\sqrt{t}}.$

31. Обобщенная задача для задачи

$$\frac{\partial u(x_1,x_2,t)}{\partial t}-a^2(\frac{\partial^2 u(x_1,x_2,t)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,x_2,t)}{\partial x_2^2}+k\frac{\partial u(x_1,x_2,t)}{\partial x_2})=0;$$

$$u(x_1,+0,t)-u(x_1,-0,t)=q_0(x_1,t);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0,t)}{\partial x_2}+ku(x_1,+0,t)-\frac{\partial u(x_1,-0,t)}{\partial x_2}-ku(x_1,-0,t)=q_1(x_1,t);\ x_1\in[-1;1],t\geq 0;$$

$$u(x_1,x_2,0)=0$$

имеет вид

а) $\dfrac{\partial u}{\partial t}-a^2(\Delta u+k\dfrac{\partial u}{\partial x_2})=-a^2q_0(x_1,t)\cdot\delta_{[-1,1]}-a^2q_1(x_1,t)\cdot\dfrac{\partial\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2};$

б) $\dfrac{\partial u}{\partial t}-a^2(\Delta u+k\dfrac{\partial u}{\partial x_2})=-a^2q_1(x_1,t)\cdot\delta_{[-1,1]}-a^2q_0(x_1,t)\cdot\dfrac{\partial\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2};$

в) $\dfrac{\partial u}{\partial t}-a^2(\Delta u+k\dfrac{\partial u}{\partial x_2})=-a^2(q_1(x_1,t)+q_0(x_1,t)\cdot\dfrac{\partial\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}).$

32. Задача

$$\frac{\partial u(x_1,x_2,t)}{\partial t}-a^2(\frac{\partial^2 u(x_1,x_2,t)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,x_2,t)}{\partial x_2^2}+k\frac{\partial u(x_1,x_2,t)}{\partial x_2})=0;$$

$$u(x_1,+0,t)-u(x_1,-0,t)=q_0(x_1,t);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0,t)}{\partial x_2}+ku(x_1,+0,t)-\frac{\partial u(x_1,-0,t)}{\partial x_2}-ku(x_1,-0,t)=q_1(x_1,t);\ x_1\in[-1;1],t\geq 0;$$

$$u(x_1, x_2, 0) = 0$$

называется

а) стационарной краевой задачей;

б) нестационарной начальной задачей;

в) стационарной начально-краевой задачей;

г) нестационарной начально-краевой задачей.

33. Символ $\left\{\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right\}$ означает

а) регулярную часть производной $\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}$;

б) сингулярную часть производной $\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}$;

в) целую часть производной $\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}$.

34. Решение задачи $\dfrac{\partial u}{\partial t} - a^2(\Delta u + k\dfrac{\partial u}{\partial x_2}) = -a^2 q_1(x_1,t)\cdot\delta_{[-1,1]} - a^2 q_0(x_1,t)\cdot\dfrac{\partial \delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}$

представимо в виде

а) $u(x_1,x_2,t) = E(x_1,x_2,t) * (a^2\dfrac{\partial q_0(x_1,t)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2})$;

б) $u(x_1,x_2,t) = E(x_1,x_2,t) * (a^2 q_1(x_1,t) * \dfrac{\partial q_0(x_1,t)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2})$;

в) $u(x_1,x_2,t) = E(x_1,x_2,t) * (-a^2 q_1(x_1,t)\delta_{[-1,1]} - a^2\dfrac{\partial q_0(x_1,t)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2})$.

35.Поверхносным тепловым потенциалом простого слоя называют

а) $E(x_1,x_2,t) * (-a^2 q_1(x_1,t)\delta_{[-1,1]})$;

б) $E(x_1,x_2,t) * (-a^2 q_1(x_1,t)\delta_{[-1,1]} - a^2\dfrac{\partial q_0(x_1,t)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2})$;

в) $E(x_1,x_2,t) * (-a^2\dfrac{\partial q_0(x_1,t)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2})$.

36. Поверхностным тепловым потенциалом двойного слоя называют

а) $E(x_1,x_2,t) * (-a^2 q_1(x_1,t)\delta_{[-1,1]})$;

б) $E(x_1,x_2,t) * (-a^2 q_1(x_1,t)\delta_{[-1,1]} - a^2\dfrac{\partial q_0(x_1,t)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2})$;

в) $E(x_1,x_2,t) * (-a^2\dfrac{\partial q_0(x_1,t)\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2})$.

37. Поверхностный тепловой потенциал двойного слоя имеет вид

а) $u_0(x_1,x_2,t) = \dfrac{1}{8\pi}\displaystyle\int_0^t \dfrac{a^2\tau k + x_2}{a^2\tau^2}\int_{-1}^{1}\exp[\dfrac{-(x_1-\sigma)^2 - (a^2\tau k + x_2)^2}{4a^2\tau}]\cdot q_0(\sigma, t-\tau)\,d\sigma d\tau$;

б) $N=\int\limits_0^t \frac{x_2}{4\pi\tau^2}\int\limits_{-1}^{1} e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2}{4a^2\tau}} q_i^*(t-\tau,\sigma)d\sigma d\tau.$;

в) $u_1(x_1,x_2,t)=-\frac{1}{4\pi}\int\limits_0^t \frac{1}{\tau}\int\limits_{-1}^{1}\exp[\frac{-(x_1-\sigma)^2-(a^2\tau k+x_2)^2}{4a^2\tau}]\cdot q_1(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau$.

38. Поверхностный тепловой потенциал простого слоя имеет вид

а) $u_0(x_1,x_2,t)=\frac{1}{8\pi}\int\limits_0^t \frac{a^2\tau k+x_2}{a^2\tau^2}\int\limits_{-1}^{1}\exp[\frac{-(x_1-\sigma)^2-(a^2\tau k+x_2)^2}{4a^2\tau}]\cdot q_0(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau$;

б) $N=\int\limits_0^t \frac{x_2}{4\pi\tau^2}\int\limits_{-1}^{1} e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2}{4a^2\tau}} q_i^*(t-\tau,\sigma)d\sigma d\tau.$;

в) $u_1(x_1,x_2,t)=-\frac{1}{4\pi}\int\limits_0^t \frac{1}{\tau}\int\limits_{-1}^{1}\exp[\frac{-(x_1-\sigma)^2-(a^2\tau k+x_2)^2}{4a^2\tau}]\cdot q_1(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau$.

39. Для поверхностного теплового потенциала двойного слоя выполняются граничные условия

а) $u(x_1,+0,t)-u(x_1,-0,t)=q(x,t)$;

б) $\frac{\partial u(x_1,+0,t)}{\partial x_2}+ku(x_1,+0,t)-\frac{\partial u(x_1,-0,t)}{\partial x_2}-ku(x_1,-0,t)=q(x,t)$;

в) $u(x_1,+0,t)-u(x_1,-0,t)=0$;

г) $\frac{\partial u(x_1,+0,t)}{\partial x_2}+ku(x_1,+0,t)-\frac{\partial u(x_1,-0,t)}{\partial x_2}-ku(x_1,-0,t)=0$.

40. Для поверхностного теплового потенциала простого слоя выполняются граничные условия

а) $u(x_1,+0,t)-u(x_1,-0,t)=q(x,t)$;

б) $\frac{\partial u(x_1,+0,t)}{\partial x_2}+ku(x_1,+0,t)-\frac{\partial u(x_1,-0,t)}{\partial x_2}-ku(x_1,-0,t)=q(x,t)$;

в) $u(x_1,+0,t)-u(x_1,-0,t)=0$;

г) $\frac{\partial u(x_1,+0,t)}{\partial x_2}+ku(x_1,+0,t)-\frac{\partial u(x_1,-0,t)}{\partial x_2}-ku(x_1,-0,t)=0$.

41. Решение задачи

$$\frac{\partial u(x_1,x_2,t)}{\partial t}-a^2\left(\frac{\partial^2 u(x_1,x_2,t)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,x_2,t)}{\partial x_2^2}+k\frac{\partial u(x_1,x_2,t)}{\partial x_2}\right)=0;$$

$$u(x_1,+0,t)-u(x_1,-0,t)=q_0(x_1,t);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0,t)}{\partial x_2}+ku(x_1,+0,t)-\frac{\partial u(x_1,-0,t)}{\partial x_2}-ku(x_1,-0,t)=q_1(x_1,t);\ x_1\in[-1;1],t\ge 0;$$

$$u(x_1,x_2,0)=0$$

имеет вид

а) $u=\frac{1}{8\pi}\int_0^t (a^2\tau k+x_2)(a^2\tau^2)^{-1}\int_{-1}^{1}\exp[-(4a^2\tau)^{-1}((x_1-\sigma_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2)]q_0(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau-$

$$-(4\pi)^{-1}\int_0^t \tau^{-1}\int_{-1}^1 \exp[-(4a^2\tau)^{-1}((x_1-\sigma_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2)]\cdot q_1(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau;$$

б) $u=-(2\pi)^{-1}\int_{-1}^1 e^{-0,5k((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(0,5k\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_1(\sigma_1)d\sigma_1+$

$$+k(4\pi)^{-1}\int_{-1}^1 e^{-0,5k((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_1(0,5k\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})\frac{x_2q_0(\sigma_1)}{(x_2^2+(x_1-\sigma_1)^2)^{0,5}}d\sigma_1+$$

$$+k\sin\alpha(4\pi)^{-1}\int_{-1}^1 e^{-0,5k((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(0,5k\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_0(\sigma_1)d\sigma_1;$$

в) $u=\frac{1}{8\pi}\int_0^t (a^2\tau k+x_2)(a^2\tau^2)^{-1}\int_{-1}^1 \exp[-(4a^2\tau)^{-1}((x_1-\sigma_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2)]q_0(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau$.

42. Символом $*$ обозначается

а) прямое произведение;

б) свёртка;

в) сумма ряда.

43. Вторым решением уравнения $z^2\frac{d^2y}{dz^2}+z\frac{dy}{dz}-(z^2+y^2)y=0$ является функция ______________________, которая обозначается $K_n(z)$ и определяется равенством $K_n(z)=\lim\limits_{\nu\to n}\frac{(-1)^n}{2}\left[\frac{I_{-\nu}(z)-I_\nu(z)}{\nu-n}\right]$.

В ответ напишите с большой буквы фамилию ученого, в честь которого названа функция, в родительном падеже.

44. Условие $\frac{\partial v(0,x)}{\partial\varphi}-\frac{\partial v(2\pi,x)}{\partial\varphi}=q_1(x)$ выполнено в смысле _______________ значения, если при каждом $x_1\in(-1;1)$ справедливо равенство

$$\lim_{\varepsilon\to+0}\frac{\partial v(\varepsilon,x)}{\partial\varphi}-\frac{\partial v(2\pi-\varepsilon,x)}{\partial\varphi}=q_1(x).$$

Ответ запишите в виде прилагательного, отвечающего на вопрос «какого».

45. Можно показать, что при определенных условиях решение задачи

$$\frac{\partial^2u}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2u}{\partial x^2}+k\frac{\partial u}{\partial\varphi}=0;$$

$$u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi)=q_0(x);$$

$$\frac{k}{2}(u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi))+\frac{\partial u(x,0)}{\partial\varphi}-e^{\pi k}\frac{\partial u(x,2\pi)}{\partial\varphi}=q_1(x).$$

является __________________ по совокупности переменных, ограниченной на любом компакте $K\in\gamma$ функцией, бесконечно дифференцируемой в любой точке из множества $\gamma\setminus l$, где γ – поверхность цилиндра.

Ответ запишите в виде прилагательного, отвечающего на вопрос «какой».

46. Будем говорить, что граничное условие $u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=q_0(x_1)$; выполнено для функции $u(x_1,x_2)$ на интервале $x_1\in(-1;1)$ по непрерывности, если данная функция непрерывна

по переменной x_2 в точке ± 0 справа и ________________ при каждом $x_1 \in (-1;1)$ и $\lim\limits_{\xi,\,\eta\to+0}\left(u(x_1,\xi)-u(x_1,-\eta)\right)=q_0(x_1)$.

Ответ дайте в виде наречия.

47. Специализированной ___________-функцией назовём такую функцию $\delta_{[-1,1]}$, принадлежащую множеству обобщенных функций $D'(\mathbb{R}^2)$, что для функции $\nu(x_1)$, непрерывной на отрезке $[-1;\,1]$ и любой основной функции $\varphi(x_1,x_2)$, принадлежащей $D(\mathbb{R}^2)$, справедливо равенство

$$(\nu\delta_{[-1,1]},\varphi(x_1,x_2)=\int_{-1}^{1}\nu(x_1)(\delta(x_2),\varphi(x_1,x_2))dx_1.$$

48. ______________ решением оператора $\Delta+k\cos\alpha\dfrac{\partial}{\partial x_1}+k\sin\alpha\dfrac{\partial}{\partial x_2}$ является функция $E(x_1,x_2)$, заданная равенством

$$E(x_1,x_2)=-\frac{1}{2\pi}\cdot e^{-\frac{k}{2}(x_1\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}\cdot K_0(\frac{k}{2}|x|).$$

Ответ напишите в виде прилагательного, отвечающего на вопрос «каким».

49. При определенных условиях поверхностный стационарный тепловой ________________ простого слоя представим в виде

$$u_1(x_1,x_2)=-\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_1(\sigma_1)d\sigma_1.$$

Ответ запишите в виде существительного.

Перечень вопросов к зачету с оценкой:

1. Определение функции Макдональда-Бесселя. Основные формулы для функций Макдональда. Асимптотические равенства и оценки для функций Макдональда.

2. Построение фундаментального решения оператора $\Delta-\dfrac{k^2}{4}$.

3. Сведение задачи

$$\frac{\partial^2u(x_1,x_2)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2u(x_1,x_2)}{\partial x_2^2}+k\cos\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}+k\sin\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}=0.$$

$$u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=q_0(x_1);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2}+k\sin\alpha u(x_1,+0)-\frac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2}-k\sin\alpha u(x_1,-0)=q_1(x_1);\ x_1\in[-1;\,1]$$

к обобщенной.

4. Построение решения обобщенной задачи

$$\Delta u(x)+k\cos\alpha\frac{\partial u}{\partial x_1}+k\sin\alpha\frac{\partial u}{\partial x_2}=q_1(x_1)\cdot\delta_{[-1,1]}+q_0(x_1)\cdot\frac{\partial\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}.$$

5. Доказательство свойств функций

$$B_0=\frac{k}{4\pi}\int_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_1\Big(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2}\Big)\frac{x_2\cdot q_i(\sigma_1)}{\sqrt{x_2^2+(x_1-\sigma_1)^2}}d\sigma_1;$$

$$B_1=\frac{k\sin\alpha}{4\pi}\int_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0\Big(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2}\Big)q_i(\sigma_1)d\sigma_1.$$

6. Построение поверхностного стационарного теплового потенциала простого слоя и доказательство выполнения граничных условий

$$u_1(x_1,+0)-u_1(x_1,-0)=0;$$

$$\frac{\partial u_1(x_1,+0)}{\partial x_2}-\frac{\partial u_1(x_1,-0)}{\partial x_2}-k\sin\alpha u_1(x_1,-0)+k\sin\alpha u_1(x_1,+0)=q_1(x_1).$$

7. Построение поверхностного стационарного теплового потенциала двойного слоя и доказательство выполнения граничных условий

$$u_0(x_1,+0)-u_0(x_1,-0)=q_0(x_1);$$

$$\frac{\partial u_0(x_1,+0)}{\partial x_2}-\frac{\partial u_0(x_1,-0)}{\partial x_2}+k\sin\alpha u_0(x_1,+0)-k\sin\alpha u_0(x_1,-0)=0.$$

8. Доказательство непрерывности решения задачи

$$\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_2^2}+k\cos\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}+k\sin\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}=0.$$

$$u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=q_0(x_1);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2}+k\sin\alpha u(x_1,+0)-\frac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2}-k\sin\alpha u(x_1,-0)=q_1(x_1);\ x_1\in[-1;1]$$

и построение асимптотик $\dfrac{\partial u}{\partial x_2}$.

9. Построение асимптотик первой производной $\dfrac{\partial u}{\partial x_1}$ решения задачи

$$\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_2^2}+k\cos\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}+k\sin\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}=0.$$

$$u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=q_0(x_1);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2}+k\sin\alpha u(x_1,+0)-\frac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2}-k\sin\alpha u(x_1,-0)=q_1(x_1);\ x_1\in[-1;1].$$

10. Теорема единственности решения задачи

$$\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_2^2}+k\cos\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}+k\sin\alpha\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}=0.$$

$$u(x_1,+0)-u(x_1,-0)=q_0(x_1);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2}+k\sin\alpha u(x_1,+0)-\frac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2}-k\sin\alpha u(x_1,-0)=q_1(x_1);\ x_1\in[-1;1].$$

11. Построение решения задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+k\frac{\partial u}{\partial \varphi}=0;$$

$$u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi)=q_0(x);$$

$$\frac{k}{2}(u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi))+\frac{\partial u(x,0)}{\partial \varphi}-e^{\pi k}\frac{\partial u(x,2\pi)}{\partial \varphi}=q_1(x).$$

12. Доказательство выполнения граничных условий

$$u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi)=q_0(x);$$

$$\frac{k}{2}(u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi))+\frac{\partial u(x,0)}{\partial \varphi}-e^{\pi k}\frac{\partial u(x,2\pi)}{\partial \varphi}=q_1(x).$$

13. Построение асимптотик первой производной $\frac{\partial u}{\partial x_1}$ решения задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+k\frac{\partial u}{\partial \varphi}=0;$$

$$u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi)=q_0(x);$$

$$\frac{k}{2}(u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi))+\frac{\partial u(x,0)}{\partial \varphi}-e^{\pi k}\frac{\partial u(x,2\pi)}{\partial \varphi}=q_1(x).$$

14. Построение асимптотик первой производной $\frac{\partial u}{\partial x_2}$ решения задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+k\frac{\partial u}{\partial \varphi}=0;$$

$$u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi)=q_0(x);$$

$$\frac{k}{2}(u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi))+\frac{\partial u(x,0)}{\partial \varphi}-e^{\pi k}\frac{\partial u(x,2\pi)}{\partial \varphi}=q_1(x).$$

15. Построение решения обобщенной задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t}-a^2(\Delta u+k\frac{\partial u}{\partial x_2})=-a^2q_1(x_1,t)\cdot\delta_{[-1,1]}-a^2q_0(x_1,t)\cdot\frac{\partial\delta_{[-1,1]}}{\partial x_2}.$$

16. Доказательство свойств функций

$$G_1=\int_0^t\frac{k}{8\tau\pi}\int_{-1}^1 e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2}{4a^2\tau}}q_i(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau;$$

$$G_2=\int_0^t\frac{x_2}{8a^2\tau^2\pi}\int_{-1}^1 e^{-\frac{(\sigma-x_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2}{4a^2\tau}}\cdot q_i(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau.$$

17. Построение при $t>0$ поверхностного теплового потенциала простого слоя.

18. Построение при $t>0$ поверхностного теплового потенциала двойного слоя.

19. Доказательство выполнения условий

$$u_0(x_1,+0,t)-u_0(x_1,-0,t)=q_0(x_1,t);$$

$$\frac{\partial u_0(x_1,+0,t)}{\partial x_2}+ku_0(x_1,+0,t)-\frac{\partial u_0(x_1,-0,t)}{\partial x_2}-ku_0(x_1,-0,t)=0.$$

20. Доказательство выполнения условий

$$\frac{\partial u_1(x_1,+0,t)}{\partial x_2}+ku_1(x_1,+0,t)-\frac{\partial u_1(x_1,-0,t)}{\partial x_2}-ku_1(x_1,-0,t)=q_1(x_1,t);$$

$$u_1(x_1,+0,t)-u_1(x_1,-0,t)=0.$$

21. Доказательство выполнения начального условия $u(x_1,x_2,0)=0$.

Пример КИМ:

Контрольно-измерительный материал №1

1. Для функции $K_\nu(z)$ справедливо асимптотическое равенство при $z>1$

а) $K_\nu(z)=\left(\frac{\pi}{2z}\right)^{\frac{1}{2}}e^{-z}(1+O(\frac{1}{z}))$;

б) $K_\nu(z)=(\pi)^{\frac{1}{2}}e^{-z}(1+O(\frac{1}{z}))$;

в) $K_\nu(z)=\left(\frac{\pi}{2z}\right)^{\frac{1}{2}}e^{-z}(1+O(1))$.

2. Решение задачи

$$\frac{\partial u(x_1,x_2,t)}{\partial t}-a^2(\frac{\partial^2 u(x_1,x_2,t)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,x_2,t)}{\partial x_2^2}+k\frac{\partial u(x_1,x_2,t)}{\partial x_2})=0;$$

$$u(x_1,+0,t)-u(x_1,-0,t)=q_0(x_1,t);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0,t)}{\partial x_2}+ku(x_1,+0,t)-\frac{\partial u(x_1,-0,t)}{\partial x_2}-ku(x_1,-0,t)=q_1(x_1,t);\ x_1\in[-1;1],t\ge 0;$$

$$u(x_1,x_2,0)=0$$

имеет вид

а) $u=\frac{1}{8\pi}\int_0^t(a^2\tau k+x_2)(a^2\tau^2)^{-1}\int_{-1}^1\exp[-(4a^2\tau)^{-1}((x_1-\sigma_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2)]q_0(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau-$

$-(4\pi)^{-1}\int_0^t\tau^{-1}\int_{-1}^1\exp[-(4a^2\tau)^{-1}((x_1-\sigma_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2)]\cdot q_1(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau;$

б) $u=-(2\pi)^{-1}\int_{-1}^1 e^{-0,5k((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(0,5k\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_1(\sigma_1)d\sigma_1+$

$+k(4\pi)^{-1}\int_{-1}^1 e^{-0,5k((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_1(0,5k\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})\frac{x_2q_0(\sigma_1)}{(x_2^2+(x_1-\sigma_1)^2)^{0,5}}d\sigma_1+$

$+k\sin\alpha(4\pi)^{-1}\int_{-1}^1 e^{-0,5k((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(0,5k\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_0(\sigma_1)d\sigma_1$;

в) $u=\frac{1}{8\pi}\int_0^t(a^2\tau k+x_2)(a^2\tau^2)^{-1}\int_{-1}^1\exp[-(4a^2\tau)^{-1}((x_1-\sigma_1)^2+(a^2\tau k+x_2)^2)]q_0(\sigma,t-\tau)d\sigma d\tau$.

3. Построение решения задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+k\frac{\partial u}{\partial\varphi}=0;$$

$$u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi)=q_0(x);$$

$$\frac{k}{2}(u(x,0)-e^{\pi k}u(x,2\pi))+\frac{\partial u(x,0)}{\partial\varphi}-e^{\pi k}\frac{\partial u(x,2\pi)}{\partial\varphi}=q_1(x).$$

Описание технологии проведения

Промежуточная аттестация по дисциплине «Прикладные обобщенные задачи сопряжения для дифференциальных уравнений» проводится в форме зачета с оценкой.

По решению кафедры оценки за зачет с оценкой могут быть выставлены по результатам текущей успеваемости обучающегося в течение семестра, но не ранее, чем на заключительном занятии. Для этого обучающемуся необходимо написать контрольную работу не менее, чем на оценку «удовлетворительно», посетить не менее 80% занятий, активно работать на занятиях. При несогласии обучающегося, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию на общих основаниях.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра.

Промежуточная аттестация по дисциплине с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) может проводиться на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, https://edu.vsu.ru/).

Обучающиеся, проходящие промежуточную аттестацию с применением ДОТ, должны располагать техническими средствами и программным обеспечением, позволяющим обеспечить процедуры аттестации. Обучающийся самостоятельно обеспечивает выполнение необходимых технических требований для проведения промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий.

Идентификация личности обучающегося при прохождении промежуточной аттестации обеспечивается посредством использования каждым обучающимся индивидуального логина и пароля при входе в личный кабинет, размещенный в ЭИОС образовательной организации.

В ходе проведения аттестации обучающемуся необходимо ответить на вопросы КИМ, состоящего из двух тестовых и одного теоретического вопросов, и дополнительные вопросы экзаменатора.

Результаты текущей аттестации обучающегося учитываются при проведении промежуточной аттестации следующим образом: обучающиеся, получившие за контрольную работу оценку «не удовлетворительно» или не явившиеся на контрольную работу, получают дополнительное практическое задание или теоретический вопрос.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала, обнаружил пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий	«Неудовлетворительно»
Обучающийся владеет знаниями основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой. Оценка "удовлетворительно" выставляется обучающимся, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент знает все определения и формулировки утверждений по контрольно-измерительному материалу и правильно выполнил хотя бы одно из тестовых заданий	"Удовлетворительно"
Обучающийся полностью владеет знаниями учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные в программе задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе. Оценка "хорошо" выставляется обучающимся, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному применению в практической деятельности. Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он правильно и в полном объеме ответил не менее, чем на 75% вопросов билета	"Хорошо"
Оценка «отлично» выставляется обучающимся, обнаружившим всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоившим основную программу и знакомым с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Оценка "отлично" выставляется обучающимся, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии,	"Отлично"

проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. Оценка «отлично» выставляется, если обучающийся в полном объеме и правильно ответил на все вопросы контрольно-измерительного материала	

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики

ОПК - 1.1 Обладает обширным диапазоном знаний, полученным в области математических и(или) естественных наук

Знать: основные задачи математической, физики, методы анализа проблемных ситуаций в области обобщенных задач сопряжения для дифференциальных уравнений

Уметь: определять тип задачи, формулировать результаты исследования обобщенных задач сопряжения для дифференциальных уравнений, выделять проблемные места

Владеть: современными методами анализа обобщенных задач сопряжения для дифференциальных уравнений

ОПК - 1.2 Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты

Знать: основные методы исследования обобщенных задач сопряжения для дифференциальных уравнений

Уметь: провести анализ поставленной задачи, выбрать рациональный метод решения

Владеть: современными методами сбора и анализа исследуемого материала в области обобщенных задач сопряжения для дифференциальных уравнений

ОПК – 1.3 Применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта

Знать: основные актуальные проблемы в области задач сопряжения для дифференциальных уравнений и методы их исследования

Уметь: решать обобщенные задачи сопряжения для дифференциальных уравнений

Владеть: навыками исследования математических моделей задач сопряжения для дифференциальных уравнений

Перечень заданий для оценки сформированности компетенций

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Производная функции $K_1(z)$ равна

а) $K_1(z)-K_2(z)$;

б) $K_2(z)$;

в) $-\frac{1}{2}(K_0(z)+K_2(z))$.

2. Для функции $K_0(z)$ справедливо асимптотическое равенство при $0<z<1$

а) $K_0(z)=\frac{1}{z}+O(1)$;

б) $K_0(z)=\ln\frac{1}{z}+O(z)$;

в) $K_0(z)=\ln\frac{1}{z}+O(1)$.

3. Для функции $K_1(z)$ справедливо асимптотическое равенство при $0<z<1$

а) $K_1(z)=\frac{1}{z}+O(1)$;

б) $K_1(z)=\ln\frac{1}{z}+O(z)$;

в) $K_1(z)=\frac{1}{z}+O(z)$.

4. При определенных предположениях решением задачи

$$\begin{cases} -\frac{k^2}{4}v+\frac{\partial^2 v}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}=0; \\ v(x,0)-v(x,2\pi)=q_0(x); \\ \frac{\partial v(x,0)}{\partial\varphi}-\frac{\partial v(x,2\pi)}{\partial\varphi}=q_1(x) \end{cases}$$

является функция

а) $$v(x,\varphi)=\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}((\int_{-1}^{1}e^{iys}q_0(y)dy)\cdot\frac{e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}}{1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}}}+$$

$$+(\int_{-1}^{1}e^{iys}q_1(y)dy)\cdot\frac{-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}}{\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}})})\cdot e^{-ixs}ds;$$

б) $$v(x,\varphi)=\frac{e^{-\frac{k}{2}\varphi}}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}((\int_{-1}^{1}e^{iys}q_0(y)dy)\cdot\frac{e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}}{1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}}}+$$

$$+(\int_{-1}^{1}e^{iys}q_1(y)dy)\cdot\frac{-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}}{\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}})})\cdot e^{-ixs}ds;$$

в) $$v(x,\varphi)=\frac{e^{-\frac{k}{2}\varphi}}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}((\int_{-1}^{1}e^{iys}q_0(y)dy)\cdot\frac{e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}\varphi}-e^{-\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}(2\pi-\varphi)}}{1-e^{-2\pi\sqrt{\frac{k^2}{4}+|s|^2}}}ds.$$

5. После применения преобразования Фурье по переменной x задача

$$\begin{cases} -\frac{k^2}{4}v+\frac{\partial^2 v}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}=0; \\ v(x,0)-v(x,2\pi)=q_0(x); \\ \frac{\partial v(x,0)}{\partial\varphi}-\frac{\partial v(x,2\pi)}{\partial\varphi}=q_1(x) \end{cases}$$

примет вид

а) $\begin{cases} -\dfrac{k^2}{4}\tilde{v} + \dfrac{\partial^2 \tilde{v}(s,\varphi)}{\partial \varphi^2} - s^2 \tilde{v}(s,\varphi) = 0; \\ \tilde{v}(s,0) - \tilde{v}(s,2\pi) = \tilde{q}_0(s); \\ \dfrac{\partial \tilde{v}(s,0)}{\partial \varphi} - \dfrac{\partial \tilde{v}(s,2\pi)}{\partial \varphi} = \tilde{q}_1(s). \end{cases}$

б) $\begin{cases} -\dfrac{k^2}{4}\tilde{v} + \dfrac{\partial^2 \tilde{v}(s,\varphi)}{\partial \varphi^2} - s^2 \tilde{v}(s,\varphi) = 0; \\ \tilde{v}(s,0) - \tilde{v}(s,2\pi) = 0; \\ \dfrac{\partial \tilde{v}(s,0)}{\partial \varphi} - \dfrac{\partial \tilde{v}(s,2\pi)}{\partial \varphi} = 0. \end{cases}$

в) $\begin{cases} -\dfrac{k^2}{4}\tilde{v} + \dfrac{\partial^2 \tilde{v}(s,\varphi)}{\partial \varphi^2} - s^2 \tilde{v}(s,\varphi) = \tilde{q}_0(s) + \tilde{q}_1(s); \\ \tilde{v}(s,0) - \tilde{v}(s,2\pi) = \tilde{q}_0(s); \\ \dfrac{\partial \tilde{v}(s,0)}{\partial \varphi} - \dfrac{\partial \tilde{v}(s,2\pi)}{\partial \varphi} = \tilde{q}_1(s). \end{cases}$

6. Общее решение уравнения

$$-\frac{k^2}{4}\tilde{v} + \frac{\partial^2 \tilde{v}(s,\varphi)}{\partial \varphi^2} - s^2 \tilde{v}(s,\varphi) = 0;$$

как функция от φ при фиксированном s имеет вид

а) $\tilde{v} = c_1(s) e^{\lambda_1 \varphi} + e^{\lambda_2 \varphi}$;

б) $\tilde{v} = c_1(s) e^{\lambda_1 \varphi} + c_2(s) e^{\lambda_2 \varphi}$;

в) $\tilde{v} = c_1(s) e^{\lambda_1 \varphi} + c_2(s) \sin \lambda_2 \varphi$.

7. Задача

$$\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_2^2} + k\cos\alpha \frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1} + k\sin\alpha \frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2} = 0 .$$

$$u(x_1,+0) - u(x_1,-0) = q_0(x_1);$$

$$\frac{\partial u(x_1,+0)}{\partial x_2} + k\sin\alpha u(x_1,+0) - \frac{\partial u(x_1,-0)}{\partial x_2} - k\sin\alpha u(x_1,-0) = q_1(x_1);\ x_1 \in [-1;1]$$

является

а) стационарной краевой;

б) нестационарной начальной;

в) стационарной начально-краевой.

8. Фундаментальное решение оператора $\Delta - (\dfrac{k}{2})^2$ в R^2 является

а) $E(x) = -\dfrac{1}{2\pi} K_0(\dfrac{k}{2}|x|)$;

б) $E(x) = -\dfrac{\Theta(x)}{2\pi} e^{-\frac{k}{2}}$;

в) $E(x) = -\frac{1}{2\pi} K_1(\frac{3k}{2}|x|)$.

2) открытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Вторым решением уравнения $z^2 \frac{d^2 y}{dz^2} + z\frac{dy}{dz} - (z^2 + y^2)y = 0$ является функция ______________________, которая обозначается $K_n(z)$ и определяется равенством $K_n(z) = \lim_{\nu \to n} \frac{(-1)^n}{2}\left[\frac{I_{-\nu}(z) - I_\nu(z)}{\nu - n}\right]$.

В ответ напишите с большой буквы фамилию ученого, в честь которого названа функция, в родительном падеже.

2. Условие $\frac{\partial v(0,x)}{\partial \varphi} - \frac{\partial v(2\pi,x)}{\partial \varphi} = q_1(x)$ выполнено в смысле _______________ значения, если при каждом $x_1 \in (-1;\, 1)$ справедливо равенство

$$\lim_{\varepsilon \to +0} \frac{\partial v(\varepsilon,x)}{\partial \varphi} - \frac{\partial v(2\pi - \varepsilon,x)}{\partial \varphi} = q_1(x).$$

Ответ запишите в виде прилагательного, отвечающего на вопрос «какого».

3. Можно показать, что при определенных условиях решение задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0;$$
$$u(x,0) - e^{\pi k} u(x,2\pi) = q_0(x);$$
$$\frac{k}{2}(u(x,0) - e^{\pi k} u(x,2\pi)) + \frac{\partial u(x,0)}{\partial \varphi} - e^{\pi k}\frac{\partial u(x,2\pi)}{\partial \varphi} = q_1(x).$$

является __________________ по совокупности переменных, ограниченной на любом компакте $K \in \gamma$ функцией, бесконечно дифференцируемой в любой точке из множества $\gamma \setminus l$, где γ – поверхность цилиндра.

Ответ запишите в виде прилагательного, отвечающего на вопрос «какой».

3. Будем говорить, что граничное условие $u(x_1, +0) - u(x_1, -0) = q_0(x_1);$ выполнено для функции $u(x_1, x_2)$ на интервале $x_1 \in (-1;1)$ по непрерывности, если данная функция непрерывна по переменной x_2 в точке ± 0 справа и ________________ при каждом $x_1 \in (-1;1)$ и $\lim_{\xi,\, \eta \to +0}\left(u(x_1,\xi) - u(x_1,-\eta)\right) = q_0(x_1)$.

Ответ дайте в виде наречия.

4. Специализированной ___________-функцией назовём такую функцию $\delta_{[-1,1]}$, принадлежащую множеству обобщенных функций $D'(\mathbb{R}^2)$, что для функции $\nu(x_1)$, непрерывной на отрезке $[-1;\, 1]$ и любой основной функции $\varphi(x_1, x_2)$, принадлежащей $D(\mathbb{R}^2)$, справедливо равенство

$$(v\delta_{[-1,1]},\varphi(x_1,x_2)=\int_{-1}^{1}v(x_1)(\delta(x_2),\varphi(x_1,x_2))dx_1.$$

5. ______________ решением оператора $\Delta+k\cos\alpha\dfrac{\partial}{\partial x_1}+k\sin\alpha\dfrac{\partial}{\partial x_2}$ является функция $E(x_1,x_2)$, заданная равенством

$$E(x_1,x_2)=-\frac{1}{2\pi}\cdot e^{-\frac{k}{2}(x_1\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}\cdot K_0(\frac{k}{2}|x|).$$

Ответ напишите в виде прилагательного, отвечающего на вопрос «каким».

6. ______________ решением оператора $\Delta+k\cos\alpha\dfrac{\partial}{\partial x_1}+k\sin\alpha\dfrac{\partial}{\partial x_2}$ является функция $E(x_1,x_2)$, заданная равенством

$$E(x_1,x_2)=-\frac{1}{2\pi}\cdot e^{-\frac{k}{2}(x_1\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}\cdot K_0(\frac{k}{2}|x|).$$

Ответ напишите в виде прилагательного, отвечающего на вопрос «каким».

7. При определенных условиях поверхностный стационарный тепловой - ________________ простого слоя представим в виде

$$u_1(x_1,x_2)=-\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}e^{-\frac{k}{2}((x_1-\sigma_1)\cos\alpha+x_2\sin\alpha)}K_0(\frac{k}{2}\sqrt{(x_1-\sigma_1)^2+x_2^2})q_1(\sigma_1)d\sigma_1\,.$$

Ответ запишите в виде существительного.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.